

数学与应用数学专业《数学分析》考试大纲

一、考试科目

数学分析

二、考试方式

笔试、闭卷

三、考试时间

120 分钟

四、试卷结构

总分 150 分，其中单项选择题 15 分，填空题 32 分，计算题 67 分，证明题 36 分。

五、参考教材

数学分析. (上、下册) / 华东师范大学数学系编 (第四版). 北京: 高等教育出版社, 2010.7

六、考试基本要求

考生应按本大纲的要求, 理解或掌握数学分析中的实数集与函数、数列与函数极限、函数连续性、一元函数微分学、一元函数积分学、多元函数微分学、多元函数积分学及级数敛散性的基本概念和基本理论; 理解或掌握上述各部分的基本方法。

考生应理解各部分知识结构及知识的内在联系。

考生应具有一定的抽象思维能力、逻辑推理能力、运算能力和空间想象能力; 能运用所学知识正确地推理和证明, 准确地计算; 能综合运用数学分析中的基本理论、基本方法分析和解决简单的实际问题。

七、考试范围

第一章 实数集与函数

考试内容:

1. 实数分类、实数的性质 (对四则运算的封闭性、有序性、阿基米德性、稠密性)、绝对值与不等式;
2. 区间、邻域、数集、确界原理;
3. 函数表示法、函数四则运算、复合函数、反函数、初等函数;
4. 有界函数、单调函数、奇函数、偶函数、周期函数。

基本要求:

1. 熟练掌握实数域及性质;

2. 掌握绝对值不等式;
3. 熟练掌握邻域、上确界、下确界概念以及确界原理;
4. 牢固掌握函数的复合法则、基本初等函数、初等函数及某些特性(单调性、周期性、奇偶性、有界性等)。

第二章 数列极限

考试内容:

1. 数列极限的定义及其几何意义、无穷小数列;
2. 收敛数列的唯一性、有界性、保号性、不等式性、迫敛性、四则运算法则;
3. 单调有界定理、柯西收敛准则。

基本要求:

1. 理解数列极限的定义;
2. 理解收敛数列的若干性质, 会求数列极限;
3. 掌握数列收敛的条件(单调有界原理、迫敛法则、柯西准则等)。

第三章 函数极限

考试内容:

1. 函数极限的概念, 单侧极限及其与极限的关系;
2. 函数极限的唯一性、局部有界性、局部保号性、不等式性、迫敛性、四则运算法则;
3. 函数极限的单调有界定理、归结原则、柯西准则;
4. 两个重要的极限;
5. 无穷小量和无穷大量的比较。

基本要求:

1. 熟练掌握函数极限的概念;
2. 掌握函数极限的若干性质;
3. 掌握函数极限存在的条件(归结原则, 柯西准则, 左、右极限、单调有界等);
4. 熟练应用两个重要的极限;
5. 掌握无穷小(大)的定义、性质、阶的比较。

第四章 函数的连续性

考试内容:

1. 函数在一点连续(左、右连续)及间断点的概念、间断点的分类;
2. 连续函数的局部有界性、局部保号性, 连续函数的四则运算及复合函数的连续性;
3. 闭区间上连续函数的最值性、介值性、根的存在性定理, 反函数的连续性、

初等函数的连续性、一致连续性。

基本要求：

1. 熟练掌握 $f(x)$ 在 x 点连续的定义和等价定义；
2. 熟练掌握间断点及其分类；
3. 熟练掌握 $f(x)$ 在一点连续性质及在区间上连续性质；
4. 熟练掌握初等函数的连续性。

第五章 导数和微分

考试内容：

1. 平面曲线切线与瞬时速度问题、导数定义、单侧导数、导数的几何意义、导函数；
2. 导数的四则运算、反函数的导数、复合函数的导数；
3. 微分的概念、微分的四则运算、一阶微分形式不变性、近似计算与误差估计；
4. 高阶导数与高阶微分、参数方程和隐函数求导法。

基本要求：

1. 熟练掌握导数的定义，理解几何、物理意义；
2. 掌握并熟练应用求导法则、求导公式；
3. 会求各类函数（复合函数、参变量函数、隐函数、幂指函数）的导数和部分函数的高阶导数（莱布尼茨公式）；
4. 掌握微分的概念，并会用微分进行近似计算；
5. 掌握一元函数连续、可导、可微之间的关系。

第六章 微分中值定理及应用

考试内容：

1. 费马定理、罗尔中值定理、拉格朗日中值定理、柯西中值定理；
2. 各个类型不定式极限；
3. 函数的单调性与极值；
4. 函数的凸凹性与拐点；
5. 函数图象的讨论。

基本要求：

1. 熟练掌握微分中值定理；
2. 会运用洛必达法则求极限；
3. 会求函数的单调区间、极值等；
4. 掌握凸函数概念及性质，利用导数定义判定凹凸性及拐点；
5. 能通过一定的计算进行函数图象的讨论。

第八章 不定积分

考试内容:

1. 原函数、不定积分、基本积分表、不定积分的线性运算法则;
2. 第一换元积分法、第二换元积分法、分部积分法;
3. 有理函数的积分、三角函数有理式的积分、某些简单无理函数的积分。

基本要求:

1. 理解原函数与不定积分的概念, 熟练运用基本积分公式;
2. 熟练掌握换元积分法、分部积分法;
3. 掌握有理函数积分步骤, 并会求可化为有理函数的积分。

第九章 定积分

考试内容:

1. 定积分的定义、函数的可积条件(必要条件, 可积准则, 可积函数类(三个充分条件));
2. 定积分的线性性质、积分区间的可加性、单调性、绝对可积性等性质, 积分中值定理;
3. 变上限积分函数概念与性质, 牛顿-莱布尼茨公式、换元积分法、分部积分法。

基本要求:

1. 掌握定积分定义、性质、可积条件, 会用定义进行一些数列极限的计算;
2. 熟练掌握微积分基本定理、积分中值定理, 并能够加以应用;
3. 能够熟练计算定积分;
4. 掌握定积分的变换及其一定的应用。

第十章 定积分应用

考试内容:

1. 平面图形的面积;
2. 由截面面积求立体体积、旋转体体积;
3. 曲线的弧长;
4. 旋转曲面的面积;
5. 微元法思想及应用。

基本要求:

1. 能熟练计算各种平面图形面积;
2. 会由截面面积求立体体积、求旋转体的体积;
3. 会利用定积分求弧长、旋转体的侧面积。

第十一章 反常积分

考试内容:

1. 两类反常积分的定义;
2. 无穷积分的性质与收敛判别;
3. 瑕积分的性质与收敛判别。

基本要求:

1. 掌握无穷积分收敛与发散的概念, 会应用收敛定义和性质计算无穷积分;
2. 会用收敛的定义和收敛性判别法判别无穷积分的敛散性;
3. 理解瑕积分收敛性定义, 会计算某些瑕积分的值;
4. 理解瑕积分收敛性的各种判别方法, 会运用它们进行敛散性判别。

第十二章 数项级数

考试内容:

1. 数项级数收敛、发散、和的概念, 柯西准则, 收敛级数的性质;
2. 正级数的收敛原则、比较原则、比式判别法、根式判别法、积分判别法;
3. 交错级数及其它一般级数绝对收敛、条件收敛与发散的概念与性质。

基本要求:

1. 掌握数项级数敛散的定义、性质;
2. 熟练掌握正项级数的敛散性判别法;
3. 掌握交错级数收敛的差别, 了解其它一般级数绝对收敛、条件收敛与发散的概念与性质。

第十三章 函数列与函数项级数

考试内容:

1. 函数列的收敛与极限函数、函数项级数收敛与和函数、函数列与函数项级数的一致收敛性、一致收敛柯西准则、M 判别法;
2. 函数列与函数项级数在一致收敛性条件下极限函数与和函数的连续性、可积性(逐项积分)、可微性(逐项微分)。

基本要求:

1. 理解函数列及函数项级数的收敛与一致收敛定义;
2. 掌握函数列、函数项级数一致收敛的判别法;
3. 掌握函数列的极限函数、函数项级数的和函数的性质。

第十四章 幂级数

考试内容:

- 幂级数、阿贝尔定理、收敛半径和收敛域、内闭一致收敛性、和函数的连续性、可积性(逐项积分)、可微性(逐项微分)。

基本要求:

1. 熟练掌握幂级数收敛域, 收敛半径及和函数的求法;
2. 了解幂级数的若干性质;
3. 了解求一般任意阶可微函数的幂级数展开式的方法, 会利用间接法求一些初等函数的幂级数展式。

第十五章 傅里叶级数

考试内容:

三角级数、三角函数系的正交性、收敛定理、以 2π 为周期的函数的傅立叶级数展开式, 以及其特殊的正弦或余弦级数展开式。

基本要求:

1. 熟记傅里叶系数公式, 并会求以 2π 为周期的傅立叶级数;
2. 会求以 2π 为周期的函数的正弦或余弦级数展开式。

第十六章 多元函数极限与连续

考试内容:

1. 平面点集的邻域、内点、外点、界点、聚点、孤立点, 开集、闭集、开域、闭域、区域;
2. 二元函数的概念及几何表示、任意多元函数的概念;
3. 二元函数的极限(重极限、累次极限)的概念、性质、求法及关系;
4. 二元连续函数连续, 闭域上连续函数的性质。

基本要求:

1. 了解平面点集的若干概念;
2. 掌握二元函数重极限与二次极限的定义、性质, 以及二者的关系;
3. 掌握二元连续函数定义, 闭域上连续函数的性质。

第十七章 多元函数微分学

考试内容:

1. 多元函数的可微性、偏导数概念、几何意义、求法;
2. 多元复合函数的偏导数及全微分;
3. 空间曲线的切线与法平面, 曲面的切平面与法线。

基本要求:

1. 熟练掌握多元函数的可微、偏导数的概念、求法, 掌握二元函数连续、可微、偏导数以及偏导函数连续等概念之间关系;
2. 会计算多元函数的二阶、三阶偏导数;
3. 掌握空间曲线的切线与法平面, 曲面的切平面与法线。

第十八章 隐函数定理及其应用

考试内容:

1. 隐函数概念、隐函数的导数求法;
2. 条件极值概念、会应用拉格朗日乘数法求函数的条件极值。

基本要求:

1. 理解由一个方程确定的隐函数的条件, 隐函数性质, 掌握隐函数的导数(偏导)求法;
2. 掌握条件极值的拉格朗日乘数法。

第二十章 曲线积分

考试内容:

1. 第一型曲线积分的计算;
2. 第二型曲线积分的计算。

基本要求:

1. 掌握两类曲线积分的概念及计算;
2. 了解两类曲线积分的性质。

第二十一章 重积分

考试内容:

1. 二重积分概念、可积条件、性质;
2. 二重积分化为累次积分的计算方法、二重积分的极坐标变换法;
3. 格林公式、曲线积分与路线的无关性;
4. 三重积分概念、性质;
5. 三重积分化为累次积分的计算方法、三重积分换元法(柱面坐标变换、球面坐标变换)。

基本要求:

1. 了解二重积分、三重积分定义与性质;
2. 熟练掌握二重积分的计算;
3. 掌握格林公式的应用、曲线积分与路线的无关性定理的应用;
4. 较熟练掌握三重积分的计算。

第二十二章 曲面积分

考试内容:

1. 第一型曲面积分、第二型曲面积分的概念、性质及计算;
2. 高斯公式与斯托克斯公式的应用。

基本要求:

1. 掌握两类曲面积分的概念及计算；
2. 了解两类曲面积分的性质；
3. 理解两类曲面积分的关系；
4. 掌握高斯公式和斯托克斯公式。